TO THE JUSTIFICATION OF A GENERAL PROJECTION METHOD FOR SOLVING A CAUCHY-TYPE PROBLEM FOR LINEAR FRACTIONAL–DIFFERENTIAL EQUATIONS

J.R. Agachev, A.V. Savina

In the paper, a general projection method based on the approximation apparatus by algebraic polynomials is applied to solve a Cauchy–type problem for a class of linear fractional–differential equations. Its theoretical and functional justification is given; in particular, the convergence of the method is proved.

Keywords: fractional differential equation, Cauchy–type problem, general projection method, approximation by generalized polynomials, convergence of the method.

УДК 517.547

О НЕРАВЕНСТВЕ БОРА С ФИКСИРОВАННЫМ НУЛЕВЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

С.А. Алхалифах[1], И.Р. Каюмов[2], С. Поннусами[3]

1 *s.alkhaleefah@gmail.com*; Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского
2 *ikayumov@gmail.com*; Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского
3 *samy@isichennai.res.in, samy@iitm.ac.in*; Индийский статистический институт (ISI), Ченнайский центр, SETS (Общество электронных транзакций и безопасности), Ченнай, Индия

В работе получена улучшенная версия неравенства Бора для аналитических функций, определенных в единичном круге $D = \{z \in C : |z| \le 1\}$.

Ключевые слова: неравенство Бора, аналитические функции.

Классический результат Х. Бора [1], который в окончательную форму привели М. Рисс, И. Шур и Ф. Винер, состоит в следующем: Предположим, что $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$ является аналитической функцией в D и $|f(z)| \le 1$ для всех $z \in D$. Тогда

$$\sum_{k=0}^{\infty} |a_k| r^k \le 1 \ \text{ для всех } \ r \le \frac{1}{3}, \tag{1}$$

где $r = |z|$, причем константа 1/3 не может быть улучшена.
Нами получены следующие результаты.

Теорема 1. *Пусть* $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$ *– аналитическая функция в* D *и* $|f(z)| \le 1$ *для всех* $z \in D$. *Тогда*

$$|a_0| + \frac{\frac{1}{4}(1-|a_0|^2)^2}{1-\frac{1}{4}(1-|a_0|^2)} + \sum_{k=1}^{\infty} |a_k| r^k \le 1 \ \text{ для всех } \ r \le \frac{1}{3}, \tag{2}$$

где $r = |z|$, *причем константы* 1/3, 1/4 *(в числителе) и* 1/4 *(в знаменателе) не могут быть улучшены.*

Теорема 2. *Предположим, что* $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$ *является аналитической функцией в* D *и* $|f(z)| \le 1$ *для всех* $z \in D$. *Тогда*

$$|a_0| + \sum_{k=1}^{\infty} \left(|a_k| + \frac{\frac{1}{2}|a_k|^2}{1-\frac{1}{4}|a_k|} \right) r^k \le 1 \ \text{ для всех } \ r \le \frac{1}{3}, \tag{3}$$

где $r = |z|$*, причем константы* $1/3$*,* $1/2$ *и* $1/4$ *не могут быть улучшены.*

Литература

1. Bohr H. *A theorem concerning power series* // Proc. London Math. Soc. – 1914. – V. 13, № 2. – P. 1–5.

ON THE BOHR INEQUALITY WITH A FIXED ZERO COEFFICIENT

S.A. Alkhaleefah, I.R. Kayumov, S. Ponnusamy

An improved version of the Bohr inequality for analytic functions defined on the unit disc $D = \{z \in C : |z| \le 1\}$ *is obtained.*

Keywords: Bohr inequality, analytic functions.

УДК 517.275, 517.517

КРИТЕРИЙ ПОЛНОЙ α–ДОСТИЖИМОСТИ ДЛЯ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИ

К.Ф. Амозова[1], Е.Г. Ганенкова[2], С. Поннусами[3]

1 *amokira@rambler.ru*; Петрозаводский государственный университет
2 *g_ek@inbox.ru*; Петрозаводский государственный университет
3 *samy@isichennai.res.in*; Indian Statistical Institute, Chennai Centre SETS

В статье представлен критерий полной α*–достижимости для полигармонических функций. Как следствие, отсюда получен критерий полной звездообразности (случай* $\alpha = 0$*) для полигармонических функций.*

Ключевые слова: полигармоническая функция, вполне α–достижимая функция, α–достижимая область, звездообразная область.

В некоторых разделах математики (например, в теоремах вложения, в теории интегральных представлений функции, в вопросах граничного поведения функций, разрешимости задачи Дирихле) важно, чтобы область определения функции $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ удовлетворяла *условию конуса*, т. е. чтобы существовали универсальные для Ω числа $\alpha \in (0;1)$ и $H \in (0;\infty]$ такие, что для каждой точки $p \in \Omega$ прямой круговой конус $V(l(p),H)$ с вершиной в точке p, раствора $\alpha\pi$, высотой H, осью симметрии $l(p)$ лежал в Ω [1].

Обозначим через $\mathbb{B}^n[x,R]$ замкнутый евклидов шар в $\mathbb{R}^n$ с центром в точке x и радиуса R. В [2] были определены α–достижимые области:

Определение 1. [2] *Область* $\Omega \subset \mathbb{R}^n$*,* $0 \in \Omega$*, называется* α*–достижимой (относительно 0),* $\alpha \in [0;1)$*, если для каждой точки* $p \in \partial\Omega$ *существует такое число* $r = r(p) > 0$*, что конус*

$$K_+(p,\alpha,r) = \left\{x \in \mathbb{B}^n[p,r] : \left(x-p, \frac{p}{\|p\|}\right) \ge \|x-p\| \cos\frac{\alpha\pi}{2}\right\} \subset \mathbb{R}^n \setminus \Omega.$$

В [2] было показано, что α–достижимые области являются областями с условием конуса, при этом $l(p) = -p$, и было доказано, что α–достижимые области являются